Adı Soyadı: 30.10.2020
Numarası:

CEBİR I QUİZ SORULARI

1) (50p) 581424 ve 12432 sayılarının ebobunu Öklid algoritması yoluyla bulunuz ve bu sayıların ebobu d olmak üzere $d = 581424x + 12432y$ olacak şekilde x, y tamsayılarını hesaplayınız.

2) (30p) a) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (2x+3y, -7x+5y)$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu örten midir?

(20p) b) $x,y,z,t \in \mathbb{Z}$ ve $x,z \neq 0$ olsun. $x|y$ ve $z|t$ ise $x.z|xt+yz$ olduğunu gösteriniz.

Cevap Anahtarı

1) $581424 = 46.12432 + 9552$

$12432 = 1.9552 + 2880$

$9552 = 3.2880 + 912$

$2880 = 3.912 + 144$

$912 = 6.144 + \boxed{48}$

$144 = 3.48 + 0 \Rightarrow \boxed{d = 48}$

Buradan

$48 = 912 - 6.144$

$48 = 912 - 6.(2880 - 3.912)$

$48 = 19.912 - 6.2880$

$48 = 19(9552 - 3.2880) - 6.2880$

$48 = 19.9552 - 63.2880$

$48 = 19.9552 - 63.(12432 - 1.9552)$

$48 = 82.9552 - 63.12432$

$48 = 82(581424 - 46.12432) - 63.12432$

$48 = \underbrace{82}_{x}.581424 \underbrace{-3835}_{y}.12432$

$x = 82$

$y = -3835$

2) a) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ $\quad f((x,y)) = (2x+3y, -7x+5y)$

$\Rightarrow f$ örten olur mu?

Bunun için $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2$ için

$f((x,y)) = (a,b)$ o.ş $\exists (x,y) \in \mathbb{R}^2$ olmalıdır

$$\left.\begin{array}{r} 2x+3y = a \\ -7x+5y = b \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{5a-3b}{31}$$

$$y = \frac{7a+2b}{31}$$

olup $a,b \in \mathbb{R} \Rightarrow x,y \in \mathbb{R}$ dir

O halde f örtendir

b) $x|y$ ve $z|t$ ise $xz \mid xt+yz$ old. gösterelim.

$x|y \Rightarrow y = x.k_1$ o.ş $\exists k_1 \in \mathbb{Z}$ var

$z|t \Rightarrow t = z.k_2$ o.ş $\exists k_2 \in \mathbb{Z}$ var

$xt+yz = x.(zk_2) + (xk_1).z$

$xt+yz = xz\,(\underbrace{k_2+k_1}_{\in \mathbb{Z}}) \Rightarrow xz \mid xt+yz$